



АКТИНОМЕТРИЧЕСКИЕ ДАННЫЕ КАК ОСНОВА ДЛЯ ОЦЕНКИ РЕСУРСОВ СОЛНЕЧНОЙ ЭНЕРГИИ

ЛЕКЦИЯ 9

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПРЯМОЙ СОЛНЕЧНОЙ РАДИАЦИИ

Для различных районов Средней Азии и Казахстана распределения суточных сумм прямой, суммарной солнечной радиации и продолжительности солнечного сияния отличаются, в основном, величиной статистических характеристик: **средними значениями, дисперсией, коэффициентами асимметрии.**

Если ошибки месячных сумм радиации принять за критерий целесообразной точности средних величин, то при доверительной вероятности 0,90 для коротковолновой радиации необходимая длина ряда составит 30–35 лет; а при вероятности 0,68 достаточны 10-летние ряды данных наблюдений.

Для оценки ошибки определения средней величины суточных сумм радиации m_s необходимо учитывать корреляционную связь между соседними членами исходного ряда.

$$m_s = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{1+r}{1-r}},$$

Точность оценки выборочного коэффициента корреляции может быть установлена только при достаточно большом объеме выборки и невысоком значении коэффициента корреляции, когда распределение полученных ошибок является нормальным.

n – число наблюдений, равное произведению числа лет на число дней в месяце (или число часовых интервалов в сутках);
 r – коэффициент корреляции между соседними членами ряда.

При $n \geq 30$ и $r \leq 0,3$ среднеквадратическая ошибка коэффициента корреляции определяется по формуле

$$s_r = \frac{1-r^2}{\sqrt{n-1}}.$$

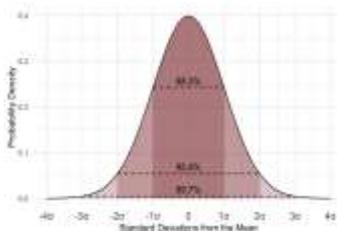
Ошибка расчета r составляет наибольшее значение 17% (январь) и наименьшее 5% (апрель, июль).

Вероятная ошибка коэффициента корреляции определяется по формуле

$$E_r = \pm 0.674 \frac{1-r^2}{\sqrt{n-1}}$$

Если $r > 4E_r$, то линейная связь между рассматриваемыми величинами считается достоверной.

Изменчивость прямой радиации больше, чем суммарной радиации.



Межсуточный коэффициент корреляции для прямой радиации по территории Казахстана изменяется незначительно и в среднем составляет 0,41–0,44 для октября и января, а в интервале от 0,34 до 0,37 для апреля и июля.

Погрешность определения значимых значений коэффициента корреляции не превышает 35%.

При увеличении межсуточного интервала (через один день) значения коэффициентов корреляции между суточными суммами прямой радиации значительно уменьшаются и, как правило, являются незначимыми

Отношение выборочного коэффициента корреляции к своей ошибке служит критерием для проверки **нулевой гипотезы** – предположения о том, что в генеральной совокупности этот показатель равен нулю. Нулевая гипотеза отвергается на принятом уровне значимости α , если

$$t_{\phi} = \frac{r}{S_r} \geq t_{st}.$$

Нулевая гипотеза отвергается на уровне значимости $\alpha = 5\%$ для срединных месяцев сезонов года, т.е. теснота корреляционной связи между величинами притока солнечной радиации внутри суток существенна. Относительная ошибка определения значений коэффициента корреляции **не превышает 20%**.

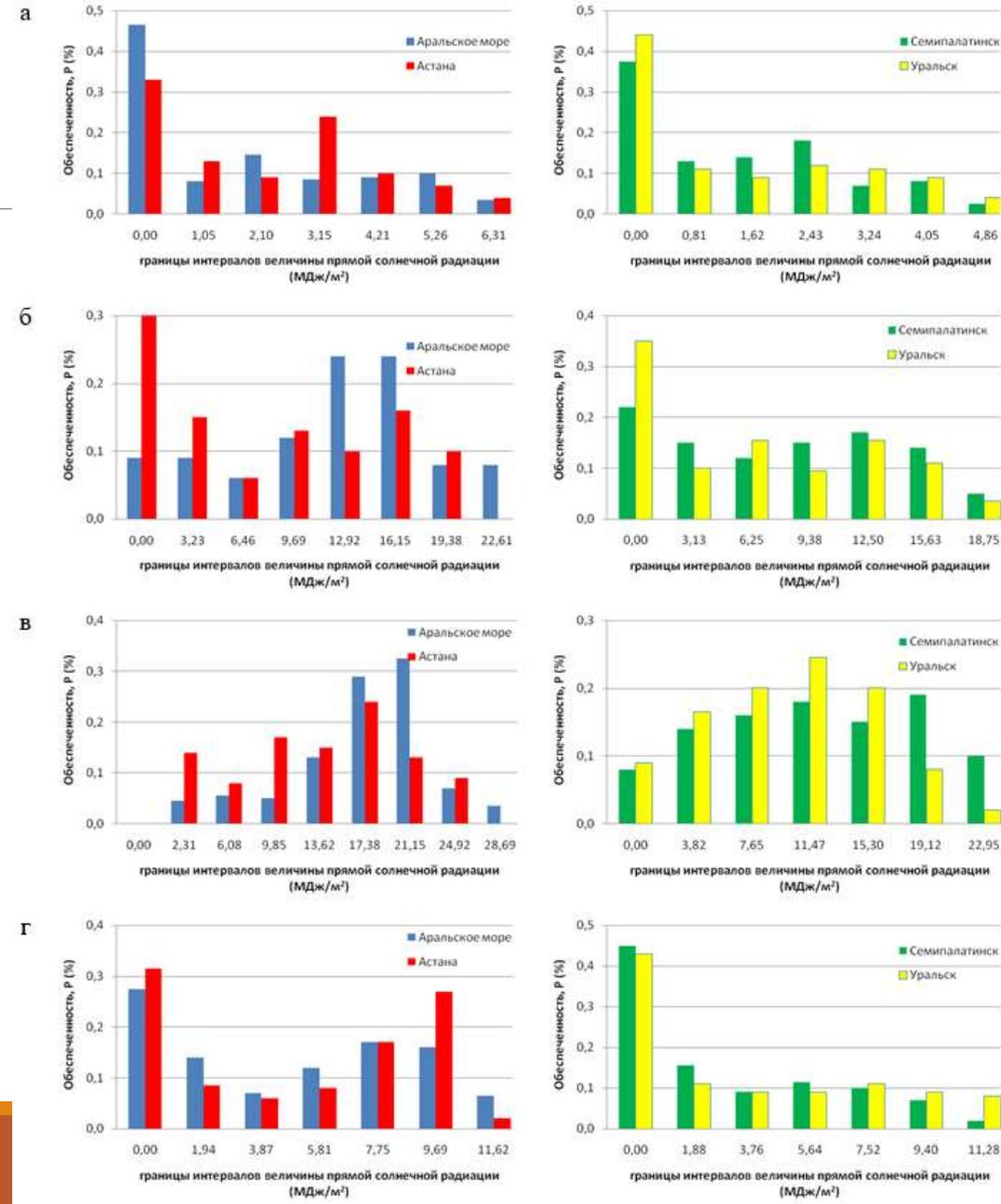
Статистические характеристики (коэффициенты асимметрии, эксцесса и др.) дают возможность судить об основных особенностях эмпирических распределений и позволяют рассчитать параметры аналитического выражения при аппроксимации вариационного ряда. Выборочные оценки коэффициентов асимметрии и эксцесса **с вероятностью 99%** должны лежать в пределах тройной ошибки их расчета, т.е. при значениях $|A| \geq 0,4$ и $|E| \geq 0,8$ можно предположить, что распределение существенно отличается от нормального

Гистограммы распределения суточных сумм прямой радиации, поступающей на горизонтальную поверхность в январе (а), апреле (б), июле (в) и октябре (г)

Визуальный анализ представленных гистограмм подтверждает неоднозначность в характере их функций распределения.

Зимним и летним месяцам свойственен достаточно выраженный тип распределения S' со значительной положительной (0,42–1,0) и малой (0,07–0,20) отрицательной асимметрией (за исключением станции Аральское Море, где $A = -0,91$).

Отличие от обычных одновершинных распределений характерно для рядов значений суточных сумм S' , что обусловлено **режимом и особенностями полей облачности**, т.к. изменчивость количества облачности является главным фактором, определяющим изменчивость поступающей на землю коротковолновой радиации. В этом причина максимальной повторяемости значений суточных сумм S' в интервале с нижней границей равной нулю, как зимой, так и в переходные сезоны года. Второй максимум, менее выраженный, наблюдается в области значений 2–3 МДж/м² (январь) и около 10 МДж/м² (октябрь) и 14 МДж/м² (апрель).

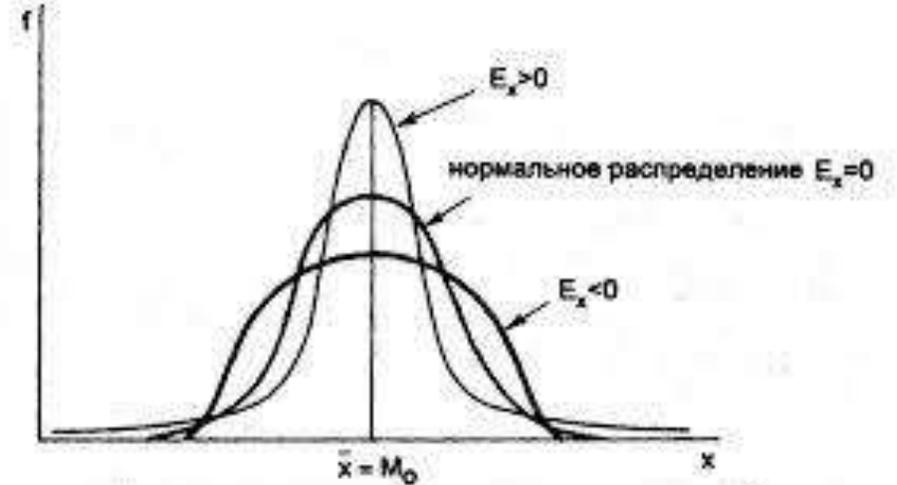


Границы изменения значений коэффициента эксцесса E малы по сравнению с возможными пределами, колеблющимися от минус 2 до ∞ . Так, для рассматриваемых распределений коэффициент эксцесса меняется от минус 1,64 (Астана, октябрь) до 0,98 (Астана, январь). В первом случае ($E < 0$) кривая распределения имеет двуимодальную центральную область, а во втором ($E > 0$) – узкий центральный минимум.

Как правило, сравниваются скошенности эмпирической кривой распределения и нормальной, для которой $E = 0$. Однако само по себе равенство коэффициента эксцесса нулю еще **не является доказательством нормальности** исследуемого распределения. Это свидетельствует лишь о том, что эмпирическая кривая распределения имеет такую же крутость, что и нормальная.

Обязательным условием нормальности кривой распределения является обращение в нуль обоих коэффициентов A и E . Поскольку это в реальной действительности выполняется крайне редко, то за условие нормальности можно принять факт не значимости коэффициентов асимметрии и эксцесса на 5% или 10% уровне.

Следует заметить, что для выборок незначительного объема эксцесс больше влияет на поведение распределения, чем асимметрия.

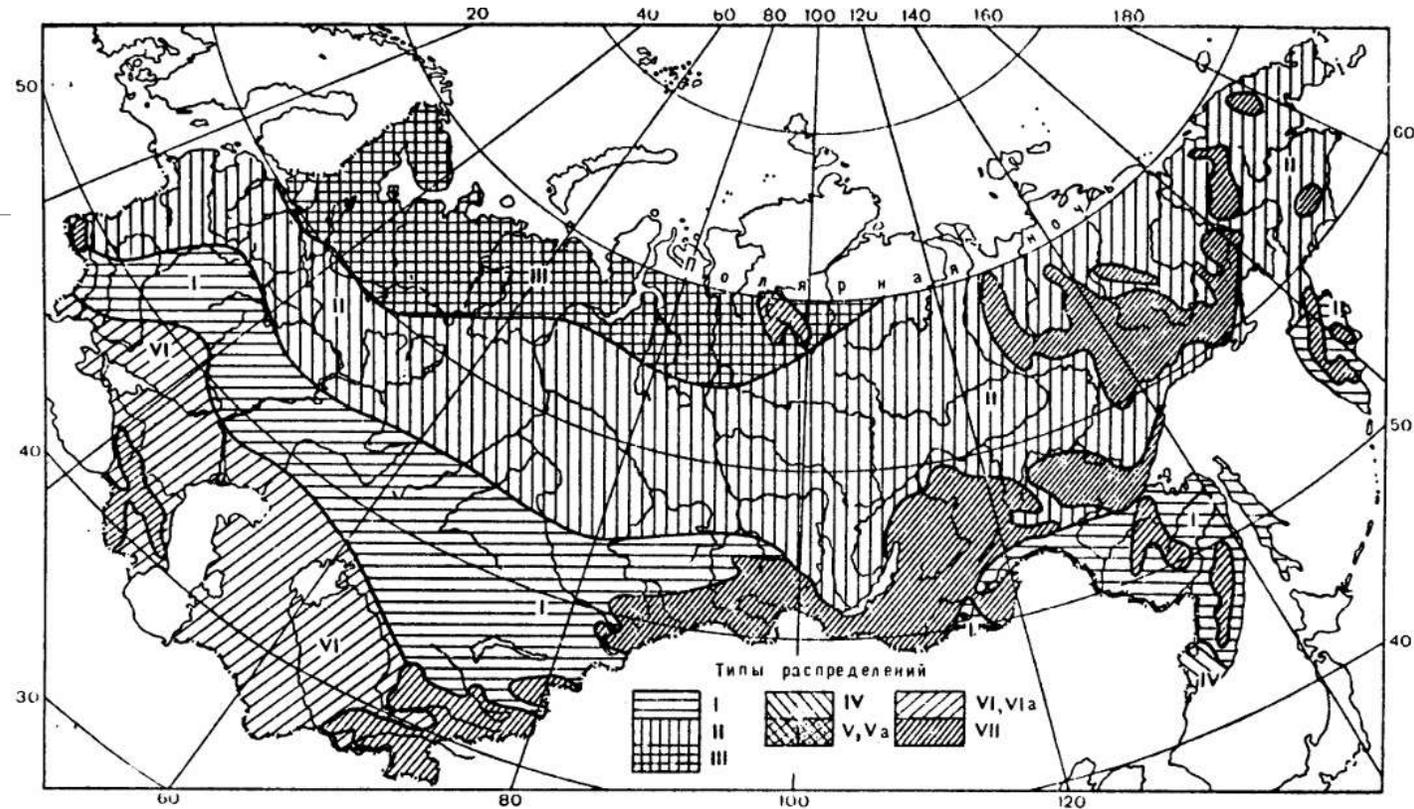


На основе типизации эмпирических распределений суточных сумм суммарной солнечной радиации для срединных месяцев сезонов года, показаны районы на территории бывшего СССР, в пределах которых тип распределения относится к:

- I - нормальному,
- II - положительно асимметричному,
- III - положительно асимметричному, островершинному,
- IV - отрицательно асимметричному,
- V - отрицательно асимметричному, островершинному,
 - Va - коэффициент эксцесса более 5,
- VI - бимодальному,
 - VIa - симметричному плосковершинному
- VII – горные районы.

Для аналитического описания распределений рекомендуется использовать кривые Пирсона. В частности, распределения (II и IV) можно описать уравнением кривой Пирсона типа I, а распределения (III и V) – уравнением кривой Пирсона типа III (при наличии эксцесса в распределении).

Районирование территории СССР по типам распределения суточных сумм суммарной солнечной радиации. Январь.



На территории Казахстана в **январе** распределение суточных сумм суммарной радиации может быть **нормальное и бимодальное**, в **апреле** – **отрицательно асимметричное**, в **июле** - **отрицательно асимметричное островершинное**, а в **октябре** - **отрицательно асимметричное и бимодальное**.

Относительная ошибка расчета средней многолетней суточной суммы прямой радиации с учетом связности ряда составляет 6,1–8,8 % (январь), 4,4–7,4 % (апрель), 2,9–4,8 % (июль), 5,9–9,2 % (октябрь)

Среднеквадратические отклонения сумм радиации разного масштаба осреднения являются показателем устойчивости радиационного режима.

Ошибка расчета среднеквадратического отклонения оценена по формуле:

$$m_{\sigma} = \sigma / \sqrt{2n}$$

Для суточных сумм прямой радиации она составляет 2,7–4,4 % и практически не изменяется в течение года. Для коротких рядов наблюдений ошибка расчета среднеквадратического отклонения может достигать 10 %, а в отдельных случаях – 20 %.

По значению σ и средней многолетней суточной сумме прямой радиации вычислены коэффициенты вариации C_v . Наибольшая изменчивость рассматриваемых рядов наблюдается зимой 73–98 % и осенью 68–92 %, наименьшая – летом 29–48 %. Коэффициент вариации на севере больше, чем на юге.

Относительные среднеквадратические ошибки (%)

коэффициента вариации вычислены по формуле

$$\sigma_{C_v} = \frac{\sqrt{1 + C_v^2}}{\sqrt{2n}} 100\%$$

и для суточных сумм прямой радиации они составляют 3–6% и мало изменяются в течение года по территории Казахстана

Статистические характеристики суточных сумм прямой солнечной радиации, поступающей на горизонтальную поверхность, МДж/м²

Месяц	$\bar{S}' \pm m_{\bar{S}'}$	$\sigma \pm m_{\sigma}$	Коэффициент		
			A	E	$C_v \pm \sigma_{C_v} \%$
Аральское Море					
Январь	2,26±0,20	2,02±0,08	0,77	-0,80	89,4±5,7
Апрель	12,85±0,57	5,63±0,24	-0,52	-0,72	43,8±4,7
Июль	18,83±0,55	5,52±0,23	-0,91	0,43	29,3±4,4
Октябрь	5,87±0,40	3,99±0,17	0,08	-1,44	68,1±5,1
Астана					
Январь	2,14±0,16	1,57±0,07	0,42	0,98	73,4±5,2
Апрель	8,28±0,61	6,03±0,26	0,23	-1,43	72,8±5,3
Июль	13,37±0,59	5,89±0,25	-0,20	-0,95	44,0±4,6
Октябрь	5,34±0,36	3,65±0,15	-0,10	-1,64	68,4±5,9
Семипалатинск					
Январь	1,78±0,13	1,40±0,06	0,72	-0,66	78,6±5,4
Апрель	9,36±0,63	6,20±0,27	0,21	-1,27	66,2±5,2
Июль	14,16±0,68	6,80±0,29	-0,16	-1,04	48,0±4,7
Октябрь	3,93±0,36	3,62±0,15	0,55	-1,12	92,1±5,8
Уральск					
Январь	1,31±0,08	1,28±0,04	1,00	-0,46	97,7±4,0
Апрель	7,34±0,39	5,71±0,16	0,44	-1,18	77,8±3,7
Июль	11,90±0,37	5,54±0,16	-0,07	-0,84	46,5±3,1
Октябрь	3,75±0,22	3,29±0,09	0,67	-0,99	87,8±3,8

Для оценки параметров функционально-нормального распределения использован метод квантилей при графоаналитическом способе сглаживания точек эмпирической функции распределения суточных сумм прямой радиации

В качестве крайних реперных точек выбирались надежные координаты вариационного ряда (т.е. статистически обеспеченные данными), удаленные друг от друга на возможно большее расстояние.

Нормированные значения квантилей u_1 и u_3

Условие равенства двух отрезков на оси z приводит к соотношению $z_3 + z_1 - 2z_2 = 0$, которое после подстановки в него нормализующей функции (*) позволяет получить уравнение для определения параметра n :

$$(S_3 + 1)^n \lg S_3 + (S_1 + 1)^n \lg S_1 - 2(S_2 + 1)^n \lg S_2 = 0.$$

Поскольку данное уравнение относительно параметра n не решается, целесообразно пользоваться принципом последовательного приближения – лучше всего методом Ньютона–Рафсона. Тогда

$$n_{i+1} = n_i - \frac{(S_3 + 1)^{n_i} \lg S_3 + (S_1 + 1)^{n_i} \lg S_1 - 2(S_2 + 1)^{n_i} \lg S_2}{(S_3 + 1)^{n_i} \lg (S_3 + 1) \lg S_3 + (S_1 + 1)^{n_i} \lg (S_1 + 1) \lg S_1 - 2(S_2 + 1)^{n_i} \lg (S_2 + 1) \lg S_2}.$$

Среднее значение нормализованной случайной величины z определяется по выражению $\mu^* = z_1 - u_1 \sigma^* = z_2 - u_2 \sigma^* = z_3 - u_3 \sigma^*$.

Параметры функционально-нормального распределения суточных сумм прямой радиации

Январь			Апрель			Июль			Октябрь		
n	μ^*	σ^*	n	μ^*	σ^*	n	μ^*	σ^*	n	μ^*	σ^*
Астана											
0,84	0,61	1,46	1,23	14,5	19,0	1,93	199,0	241,7	1,08	5,40	6,06
Уральск											
0,33	0,10	0,51	1,02	7,2	9,4	1,80	108,1	133,7	0,96	1,99	4,19
Семипалатинск											
0,69	0,33	0,98	1,12	12,6	15,2	1,64	100,2	113,2	0,86	1,20	3,81
Аральское Море											
0,67	0,60	1,29	1,73	106,9	111,8	0,62	8,2	2,2	0,85	2,54	4,25

Стандартное отклонение нормализованной случайной величины z определяется по выражению $\sigma^* = (z_3 - z_1) / (u_3 - u_1)$

где u – нормированная случайная величина, распределенная по нормальному закону и соответствующая вероятностям реперных точек.

Для станции Аральское Море, где имеется значительная асимметричность вариационного ряда суточных сумм прямой радиации, эмпирическая кривая распределения после преобразования исходных величин и соответствующих параметрах спрямляется.

В связи с зависимостью от вида и параметров нормализующей функции (*) географическая или любая другая систематизация рассчитанных значений параметров нормального закона μ^* и σ^* невозможны. Приемлемыми параметрами для этого, помимо n , представляются **квантили** (например, $S(p)$), отвечающие аналитической функции распределения.

С помощью таблиц функции нормального распределения или соответствующей машинной программы определяются нормированные квантили $u(p)$, а затем вычисляются нормализованные квантили:

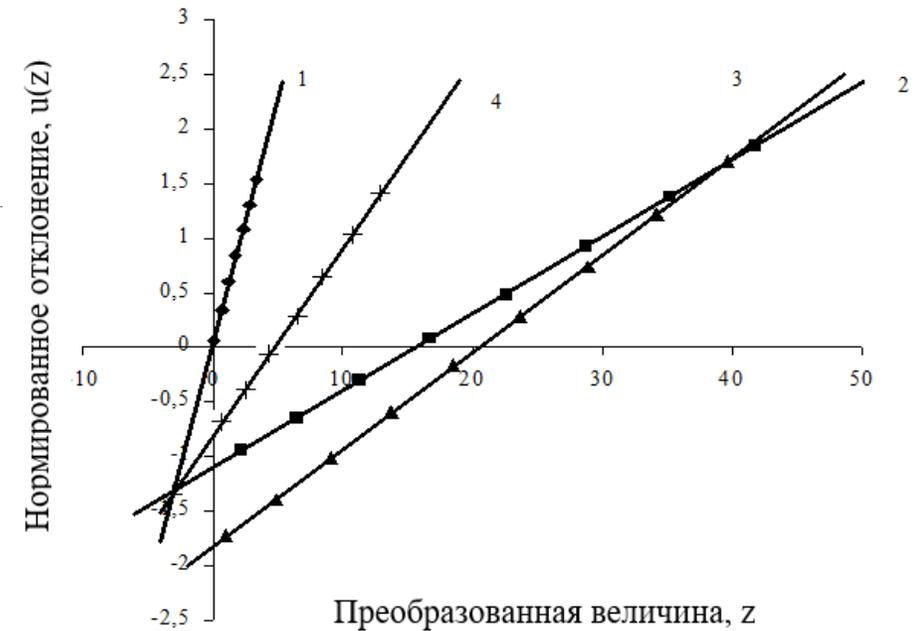
$$z(p) = \mu^* + \sigma^* u(p)$$

С помощью метода Ньютона–Рафсона вычисляются значения квантилей исходных данных (в нашем случае, суточные суммы прямой радиации):

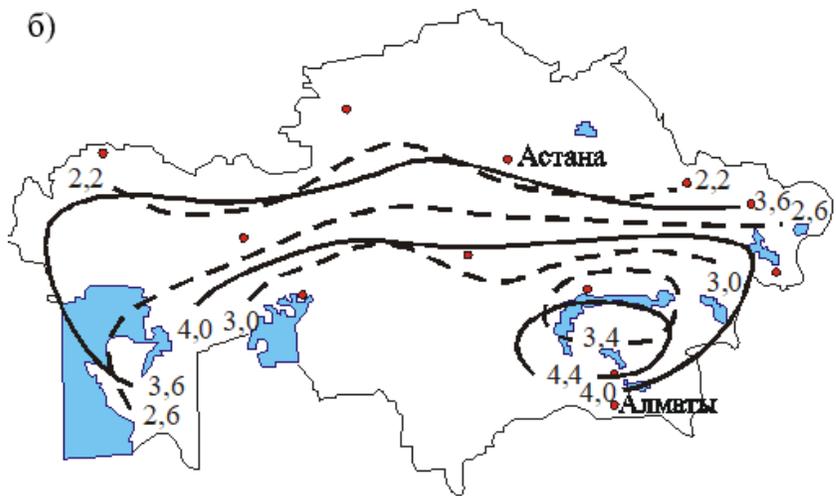
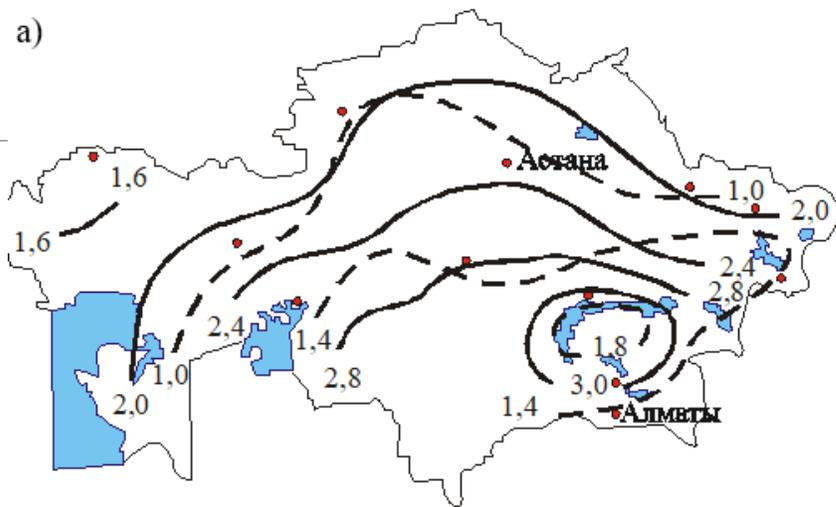
$$S_{i+1} = S_i + \left[z - (S_i + 1)^n \lg S_i \right] / \left[n \lg S_i (S_i + 1)^{n-1} + \frac{1}{S_i'} (S_i + 1)^n \right]$$

По территории Казахстана величина суточной суммы прямой солнечной радиации, повторяемость которой **1 раз в 5 лет**
 ✓ в январе изменяется от 4,43 МДж/м² (Жаныбек) до 9,85 МДж/м² (Айдарлы), а
 ✓ в июле от 22,01 МДж/м² до 37,67 МДж/м² (Балхаш)

Кривые обеспеченности суточных сумм прямой солнечной радиации по станции Аральское Море для января (1), апреля (2), июля (3), октября (4)

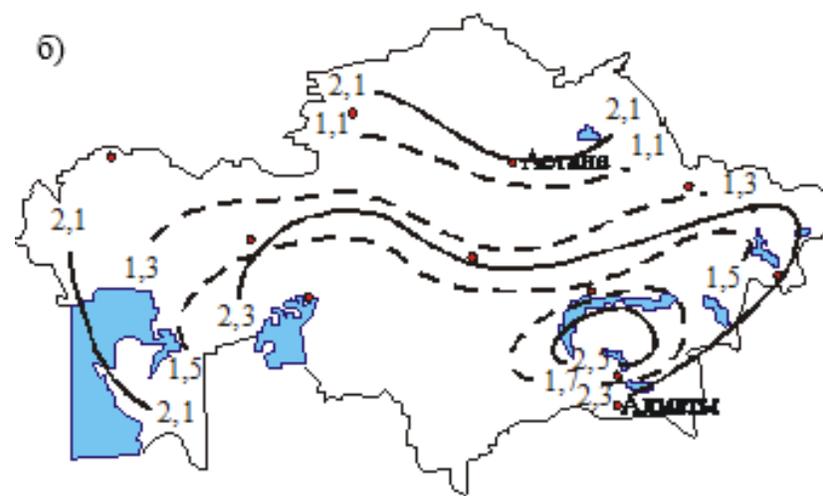
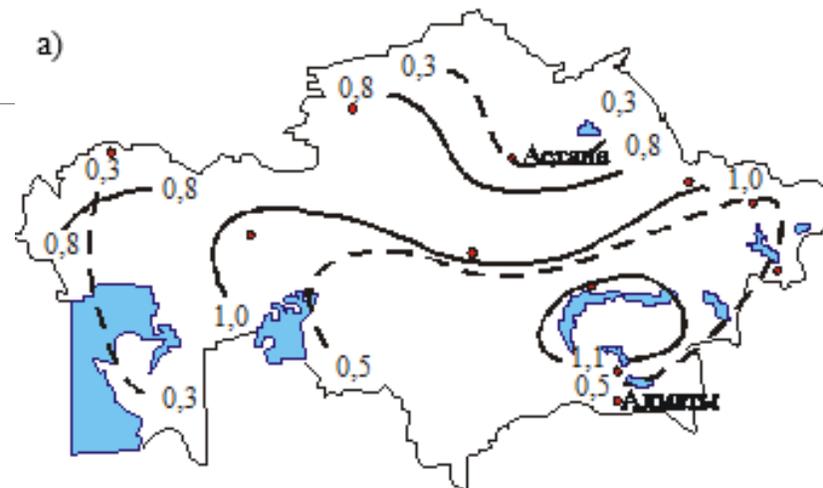


Приток прямой солнечной радиации 95%
обеспеченности за часовой интервал
времени в январе (а) и июле (б)



Обозначение кривой: ———— изолинии солнечной радиации, МДж/м² при ясном небе; - - - - - изолинии солнечной радиации, МДж/м² при средних условиях облачности.

Продолжительность солнечного сияния за день
(t, час) при притоке прямой солнечной радиации
95% обеспеченности на нормальную к лучу
поверхность в январе (а) и июле (б)



Обозначение кривой: ———— изолинии солнечной радиации, МДж/м² при ясном небе; - - - - - изолинии солнечной радиации, МДж/м² при средних условиях облачности.